

**UNIVERSITI SAINS MALAYSIA**

**Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 2002/2003**

**September 2002**

**ESA 201 – Proses Rawak Kejuruteraan**

**Masa : [3 Jam]**

---

**ARAHAN KEPADA CALON :**

1. Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **(12) DUA BELAS** mukasurat bercetak dan **(7) TUJUH** soalan.
2. Anda dikehendaki menjawab **(5) LIMA** soalan sahaja.
3. Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan.
4. Jawab semua soalan dalam Bahasa Melayu.
5. Mesin kira bukan yang boleh diprogram boleh digunakan.

- 2 -

1. (a). Jika  $p(x,y)$  ialah fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum bagi dua pembolehubah rawak diskrit  $X$  dan  $Y$ , berikan takrifan yang berikut:

*If  $p(x,y)$  is a joint probability density function of a discrete random variables  $X$  and  $Y$ , please define the following:*

- (i) fungsi marginal bagi  $X$  dan bagi  $Y$ ;  
*the marginal probability function of  $X$  and  $Y$ ;*
- (ii) fungsi kebarangkalian bersyarat  $X$  diberi  $Y$ .  
*the conditional probability function of  $X$  given  $Y$ .*

**(5 markah/marks)**

- (b). Dalam kajian sistem penerbangan pesawat, penentuan kedudukan masa dan kelajuan angin pada sesuatu masa dan tempat penerbangan dilakukan adalah amat penting. Katakan daripada pengalaman yang lalu, dua jenis data bagi pengukuran keamatan ketinggian angin diukur dalam masa 4 hari mengikut kelajuan angin melebihi **80 km per jam**. Katakan  $X$  ialah pembolehubah rawak bagi pengukuran keamatan ketinggian angin yang diukur secara tepat dan  $Y$  ialah pembolehubah rawak bagi pengukuran keamatan ketinggian angin yang diukur kurang tepat. Fungsi kebarangkalian bercantum bagi  $X$  dan  $Y$  diberi seperti yang berikut:

*In the study of an aircraft flight system, the determination of the time position of the flight and high-intensity winds occur in a particular area are very important. Let that from the past experience, there are two types of data to measure the high-intensity winds during the 4 days and critical winds velocities more than 80 km per hour. Let  $X$  is a random variable for precisely accurately measured number of days with such high- intensity winds and  $Y$  is a random variable for less accurately measured number of days with such high- intensity winds. The joint probability function of  $X$  and  $Y$  are given:*

- 3 -

	$Y=0$	$Y=1$	$Y=2$	$Y=3$
$X=0$	0.2910	0.0600	0.0000	0.0000
$X=1$	0.0400	0.3580	0.0100	0.0000
$X=2$	0.0100	0.0250	0.1135	0.0300
$X=3$	0.0005	0.0015	0.0100	0.0505

Tentukan:

*Determine:*

- (i) Fungsi kebarangkalian marginal bagi  $X$  dan marginal bagi  $Y$ ;  
*Marginal probability function of  $X$  and  $Y$ :*
- (ii) Min dan varians bagi  $X$  dan bagi  $Y$ ;  
*Mean and variance of  $X$  and  $Y$ :*
- (iii) Fungsi kebarangkalian bersyarat  $X$  diberi  $Y = 0$ ; dan  
*Conditional probability function of  $X$  given  $Y = 0$ ; and*
- (iv) Fungsi kebarangkalian bersyarat  $X$  diberi  $Y$  berlaku sekurang-kurangnya sekali.  
*Conditional probability function of  $X$  given that  $Y$  is occur at least once.*

**(15 markah/marks)**

2. (a) Jika  $f(x,y)$  ialah fungsi bercantum bagi dua pembolehubah rawak selanjar  $X$  dan  $Y$ , nyatakan dua syarat supaya  $f(x,y)$  itu merupakan benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum bagi  $X$  dan  $Y$ .

*If  $f(x,y)$  is a joint function of two continuous random variables  $X$  and  $Y$ , please state two conditions that  $f(x,y)$  is a truly joint probability density function.*

**(5 markah/marks)**

- (b). Satu kajian selang tempoh ribut dan keamatan ribut berlaku di angkasa dijalankan oleh sekumpulan penyelidik dari Pusat Pengajian Kejuruteraan Aeroangkasa bagi memastikan keadaan di angkasa itu selamat semasa roket hendak dilancarkan. Katakan  $X$  ialah pembolehubah rawak selang tempoh ribut berlaku dan  $Y$  ialah pembolehubah rawak keamatan ribut yang ditakrifkan sebagai purata kadar lebat hujan. Fungsi kebarangkalian bercantum  $X$  dan  $Y$  itu diberi seperti yang berikut:

*A study for the duration interval and the high- intensity of the storm occur in space has been done by a group of researcher from School of Aerospace Engineering. The study is to make sure that the space condition is very safety for the launch of rocket.*

*Let  $X$  is a random variable of the duration interval of the storm occur and  $Y$  is a random variable of a high-intensity of the storm which is defined as the average rainfall rate. The joint probability function of  $X$  and  $Y$  is given as follows:*

$$f(x,y) = \begin{cases} k \exp(-(2x + 3y)) & , x > 0 \text{ dan } y > 0 \\ 0 & , \text{nilai-nilai lain} \end{cases}$$

dengan  $k$  adalah sebarang nilai malar.

*where  $k$  is a constant.*

- (i) Dapatkan nilai  $k$  supaya  $f(x,y)$  itu benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum  $X$  dan  $Y$ ;  
*Find the value of  $k$  if  $f(x,y)$  is a truly joint probability density function of  $X$  and  $Y$ ;*

- 5 -

- (ii) Tentukan min dan sisihan piawai bagi  $X$ ;  
*Find the mean and standard deviation of  $X$ ;*
- (iii) Adakah  $X$  dan  $Y$  itu adalah dua pembolehubah bebas?. Jelaskan jawapan anda; dan  
*Are the random variables  $X$  and  $Y$  independent?. Please explain your answer; and*
- (iv) Dapatkan fungsi kebarangkalian bersyarat bagi  $X$  diberi  $Y$ .  
*Find the conditional probability function of  $X$  given  $Y$ .*

**(15 markah/marks)**

3. (a) Katakan  $X(t)$  ialah satu proses rawak selanjar dalam satu sistem operasi kejuruteraan dengan fungsi kebarangkalian  $f(x(t))$ . Berikan takrifan yang berikut:  
*Let  $X(t)$  is a continuous random process in an operational engineering system with the probability function  $f(X(t))$ . Please define the following:*
- (i) min bagi  $X(t)$ ; dan  
*the mean of  $X(t)$ ; and*
  - (ii) korelasi bagi  $X(t)$  pada  $t = r$  dan  $t = s$ .  
*the correlation of  $X(t)$  at  $t = r$  and  $t = s$ .*

(5 markah/marks)

- (b). Katakan  $X(t) = A \sin(\omega t + \theta)$  ialah satu proses rawak dengan  $A$  dan  $\omega$  adalah malar dan  $\theta$  adalah pembolehubah rawak tertabur secara seragam dari  $0$  ke  $2\pi$ .  
*Let  $X(t) = A \sin(\omega t + \theta)$  is a random process with  $A$  and  $\omega$  are constants and  $\theta$  is a random variable which is uniformly distributed between  $0$  to  $2\pi$ .*
- (i) Tunjukkan sama ada  $X(t)$  itu adalah satu proses rawak pegun meluas atau tidak?  
*Show that whether  $X(t)$  is the stationary random process in the wide sense or not.*
  - (ii) Tentukan nilai min kuasa dua bagi proses rawak tersebut; dan  
*Find the mean square value of the process; and*
  - (iii) Tentukan juga fungsi ketumpatan kuasa spektrum bagi proses rawak itu.  
*Find the power spectral density function of the process.*

(15 markah/marks)

4. (a) Bagi satu sistem linear yang mempunyai data masukan  $X(t)$ , data keluaran  $Y(t)$  dan respons dedenyut  $h(t)$ , berikan perhubungan diantara data masukan dan data keluaran sistem tersebut. Seterusnya nyatakan dua sifat sistem linear.

*Let a linear system with the input data  $X(t)$ , the output data  $Y(t)$  and the impulse response  $h(t)$ . Please give the relationship between the input and the output of the system. Hence, please state the two properties of the linear system.*

**(5 markah/marks)**

- (b) Katakan  $X(t) = G\sin(\omega t)$  ialah satu proses rawak dengan  $\omega$  adalah malar dan  $G$  ialah pembolehubah rawak tertabur secara seragam dari 0 ke 10.

*Let  $X(t) = G\sin(\omega t)$  is a random process with  $\omega$  is a constant and  $G$  is a random variable which is uniformly distributed between 0 to 10.*

Tentukan:

*Find:*

- (i) min;  
*the mean;*
- (ii) korelasi;  
*the correlation;*
- (iii) kovarians; dan  
*the covariance; and*
- (iv) pekali korelasi  
*the correlation coefficient*

bagi proses rawak tersebut.  
*of the random process.*

**(15 markah/marks)**

5. (a) Jika  $X(t)$  ialah satu proses rawak pegun, nyatakan fungsi ketumpatan kuasa spektrum,  $S(f)$  bagi proses itu dan berikan dua sifat fungsi ketumpatan spektrum tersebut.

*If  $X(t)$  is a stationary random process, please state the power spectral density function of the process,  $S(f)$ , and give two properties of the function.*

**(5 markah/marks)**

- (b) Katakan bagi satu proses rawak pegun dalam sistem telefon mempunyai fungsi korelasi,  $R(\tau) = \exp(-2\beta|\tau|)$ . Dapatkan fungsi ketumpatan kuasa spektrum bagi proses rawak tersebut.

*Let a stationary random process in the telephone system has a correlation function  $R(\tau) = \exp(-2\beta|\tau|)$ . Find the power spectral density function of the random process.*

**(15 markah/marks)**



6. (a) Jika  $X(t)$  ialah proses rawak diskrit yang dikenali sebagai proses Markov, nyatakan takrifan bagi proses tersebut.

*If  $X(t)$  is a discrete random process which is known as a Markov Process, please state the definition of the process.*

**(5 markah/marks)**

- (b) Katakan sistem komunikasi sebuah pesawat F18 adalah mengikut proses Markov dengan  $r$  menunjukkan isyarat mesej diterima dari stesen bumi,  $s$  menunjukkan isyarat mesej dihantar ke stesen bumi dan  $w$  menunjukkan isyarat sedang menunggu mesej dari stesen bumi. Jika pada masa  $t$ , sistem komunikasi berada dalam keadaan  $r$  atau  $w$ , maka pada masa  $t + 1$ , sistem itu akan berada pada keadaan yang sama dengan kebarangkalian yang sama tetapi tidak mungkin berada pada keadaan  $s$ . Bagaimanapun, jika pada masa  $t$ , sistem komunikasi berada pada keadaan  $s$ , maka pada masa  $t + 1$ , sistem itu akan berada pada keadaan  $r$  atau  $w$  dengan kebarangkalian  $0.25$  dan berada pada keadaan  $s$  dengan kebarangkalian  $0.5$ .

*Let a communication system of the F18 aircraft is follow the Markov process with  $r$  denote the receive message signal from the earth station,  $s$  denote the sending message signal to the earth station and  $w$  denote the waiting message signal from the earth station. If at time  $t$ , the communication system is in the state  $r$  or  $w$ , then at time  $t + 1$ , the system will be in the same state with the same probability but it is impossible in the state  $s$ . However, if at time  $t$ , the communication system is in the state  $s$ , then at time  $t + 1$ , the system will be in the state  $r$  or  $w$  with the probability  $0.25$  and will be in the state  $s$  with the probability  $0.5$ .*

- (i) Tulis matriks peralihan bagi sistem komunikasi pesawat itu;

*Write the transition matrix of the F18 aircraft communication system;*

- (ii) Jika pada satu masa tertentu, sistem itu berada pada keadaan  $(0.4, 0.3, 0.3)$ , apakah kebarangkalian sistem itu berada pada keadaan mesej diterima dari stesen bumi selepas masa  $t = 3$ ; dan

*If at the certain time, the initially positioned with probabilities  $(0.4, 0.3, 0.3)$ , what is the probability the system will be in the state receive message signal from the earth station after time  $t = 3$ ; and*

- 10 -

- (iii) Tentukan taburan keseimbangan bagi proses sistem komunikasi pesawat tersebut.

*Find the equilibrium distribution of the F18 aircraft communication system.*

**(15 markah/marks)**

7. (a) Katakan  $P_{ij}$  ialah matriks peralihan yang menyatakan kebarangkalian peralihan dari keadaan  $i$  ke keadaan  $j$  dalam satu langkah. Berikan dua sifat bagi matriks peralihan tersebut.

*Let  $P_{ij}$  is a transition matrix of probability of moving from state  $i$  to state  $j$  with one step. Please give two properties of the transition matrix.*

**(5 markah/marks)**

- (b) Daripada analisis data-data yang diperolehi dari Jabatan Kaji Cuaca Malaysia sepanjang tahun 2001 yang lalu, didapati kebarangkalian peralihan cuaca dalam keadaan panas, mendung dan hujan secara bulanan bermula dari Januari 2001 hingga Disember 2001 diberi oleh matriks peralihan yang berikut:

*From the data analysis that we get from Malaysia Weather Forecast Department over the year 2001 from January to December, we have the probability that weather has change from sunny, cloudy and rainy is given by the transition matrix below:*

	<i>Panas</i>	<i>Mendung</i>	<i>Hujan</i>
<i>Panas</i>	0.7	0.2	0.1
<i>Mendung</i>	0.3	0.2	0.5
<i>Hujan</i>	0.3	0.3	0.4

	<i>Sunny</i>	<i>Cloudy</i>	<i>Rainy</i>
<i>Sunny</i>	0.7	0.2	0.1
<i>Sunny</i>	0.3	0.2	0.5

Jika sekiranya pada tahun 2002 ini, matriks peralihan di atas masih boleh digunakan dan katakan pada hari pertama tahun baru 2002, keadaan cuaca pada hari itu adalah mendung.

*If the transition matrix is still valid in this year and let say that on the first day of the new year 2002 it is cloudy.*

- 12 -

- (i) Apakah kebarangkalian keadaan cuaca pada hari pertama bulan April 2002 adalah panas?.

*What is the probability that it is sunny on the first of April 2002?*

- (ii) Tentukan taburan keseimbangan bagi proses peralihan cuaca tersebut.

*Find the equilibrium distribution of the above weather transition process.*

**(15 markah/marks)**

oooOOOooo